Лабораторна робота № 9

ОПТИЧНИЙ МЕТОД ВИВЧЕННЯ НАПРУЖЕНЬ В ТВЕРДИХ ТІЛАХ

Мета роботи:

1. Познайомитися з явищем фотопружності - виникненням оптичної анізотропії і пов'язаним з нею подвійним променезаломленням в результаті дії механічних напружень в твердих тілах, які спочатку були ізотропними.
2. Познайомитися з картиною розподілу напружень в випадку плоско-напруженого стану, який виникає в попередньо ізотропному диску, стиснутому двома зосередженими навантаженнями вздовж діаметра.
3. Освоїти метод графічного інтегрування для визначення величини головних напружень на прикладі диска, стиснутого двома зосередженими навантаженнями вздовж діаметра.

Загальні відомості.

Головні напруження

Якщо на тіло діє сила $\vec{F}$, що його стискує або розтягує, то в площині *S*, яка перпендикулярна напрямку дії сили, виникає нормальне механічне напруження $\vec{P} = \vec{F}/S$. В загальному випадку напруження може бути не обов'язково нормальним (перпендикулярним) до площини перерізу. Вектор напруження може бути орієнтований під деяким кутом φ до нормалі площини перерізу. Перша компонента називається нормальним напруженням, друга - дотичним (тангенціальним). Площини, вільні від дотичних напружень, називаються головними площинами, а нормальні напруження, які діють на такі площини, називаються головними напруженнями. В кожній точці тіла є три взаємно перпендикулярні площини, напруження на яких тільки нормальні.

В цій роботі вивчається плоско-напружений стан, тобто напружений стан не змінюється по товщині пластинки. В цьому випадку через кожну точку тіла проходять дві площини, в яких дотичні напруження дорівнюють нулю - головні площини, а також є два взаємно перпендикулярних нормальних до цих площин напруження - головні напруження.

Оптичний метод дослідження напружень

На початку XIX століття англійський вчений Брюстер установив важливий факт, який було покладено в основу оптичного метода дослідження напружень. Він показав, що коли через прозору ізотропну пластинку, що знаходиться в напруженому стані пропустити поляризовані промені світла, то виникає явище подвійного променезаломлення подібне тому, яке відбувається в кристалах.

Схематично це явище можна уявити собі так: лінійно поляризований промінь, амплітуда коливання в якому I_1 (рис.1) падає на площину напруженої пластинки.

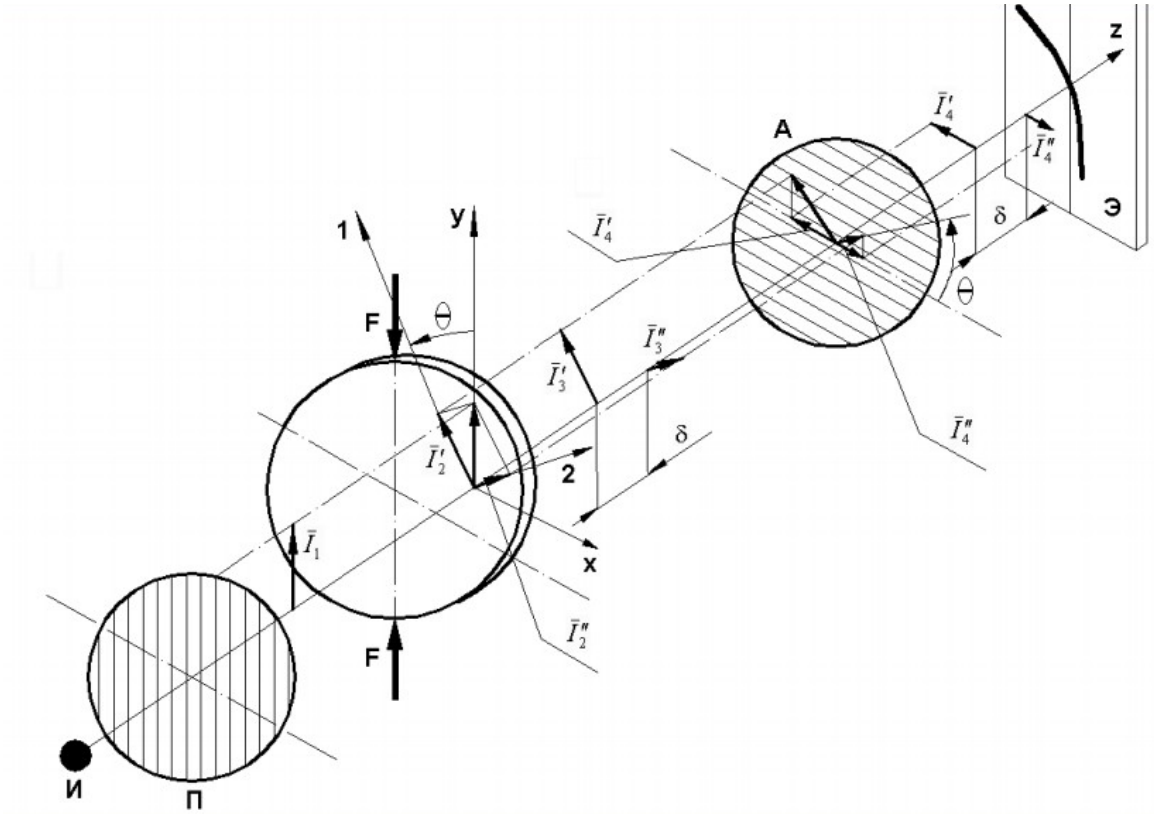

Рис. 1. Схема, що пояснює виникнення подвійного променезаломлення.

Він розкладається на два лінійно поляризованих променя I_2' та I_2'', коливання в яких відбувається в напрямках, що співпадають з напрямком головних напружень σ_1 і σ_2 в цій же точці. Ці два променя проходять напружену пластину з різними швидкостями, в результаті чого між ними виникає деяка різниця ходу δ. Вона прямо пропорційна різниці головних напружень σ_1-σ_2 та товщині пластинки:

$$\delta = cd(\sigma_1 - \sigma_2) \qquad (1)$$

де c - оптична стала, яка залежить від властивостей матеріалу пластинки та від природи світла, що використовується. Формула (1) відображає основний закон, на якому ґрунтується оптичний метод вивчення напружень.

Схема розміщення приладів при дослідженні плоско-напруженого зразка слідуюча (рис.2).

Промінь природного світла проходить через поляризатор, який пропускає коливання променя тільки в одній площині. Лінійно поляризований промінь, що вийшов із поляризатора, проходить крізь пластинку, де він розщеплюється на два промені, поляризовані по двох взаємно перпендикулярних напрямках. Вони проходять пластинку з різними швидкостями і це призводить до появи різниці ходу δ. Якщо ці два промені звести в одну площину за допомогою аналізатора, то зустрівшись вони будуть інтерферувати.

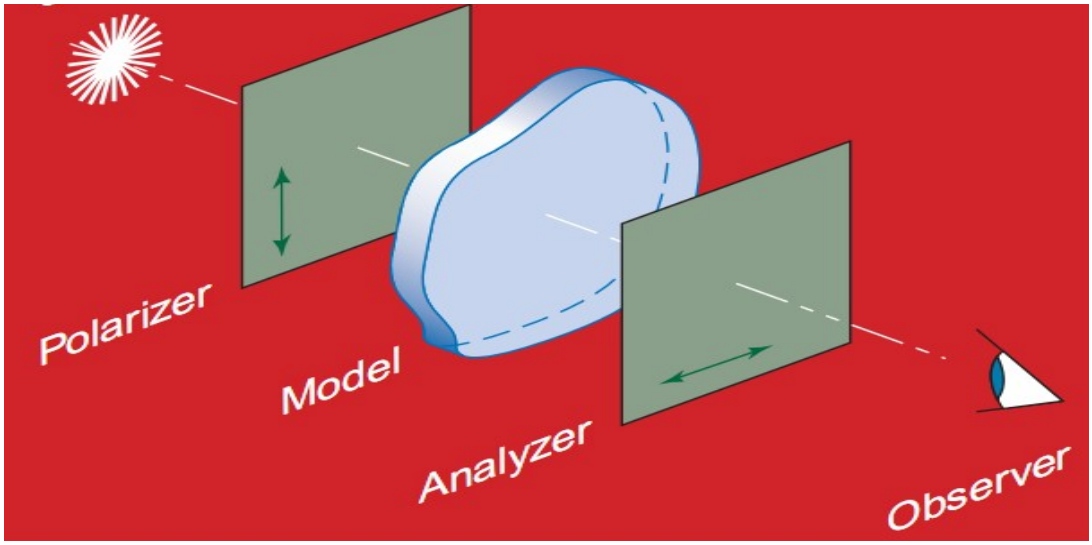

Рис. 2 Схематичне зображення розміщення приладів для досліджень

Якщо схрестити поляризатор і аналізатор, які розташовані під кутом α до головного напруження σ_1 (рис. 3), то енергія світового променя, що падає на екран буде:

$$I = ca^2 \sin^2 2\alpha \sin^2 \frac{\pi \delta}{\lambda} \qquad (2)$$

де *a* - амплітуда коливань світової хвилі до проходження пластинки; λ - довжина хвилі світла, α - кут між напрямком коливання поляризованого променя та одним із головних напружень.

Із виразу (2) видно, що зображення предмета, який вивчається, буде освітлено нерівномірно. Там, де один із співмножників в формулі (2) буде дорівнювати нулю (*I=0*), одержимо темноту.

Розглянемо різні можливі випадки.

1. $\sin^2 2\alpha=0$

Це рівняння може виконувати при цілому ряді значень кута α (0, π/2, π...), тобто темнота виникає для всіх тих точок зразка, у яких напрямок одного із головних напружень співпадає з напрямком коливань у поляризованих променів. Тому, коли розглядати зразок через аналізатор, то на ньому видно темну лінію. Ця лінія з'єднує всі точки зразка з однаковим кутом нахилу головних напружень, таким же, як і кут нахилу площини коливань. При обертанні поляризатора і схрещеного з ним аналізатора темна лінія буде переміщуватися по зразку, з'єднуючи нову групу точок з іншим нахилом головних напружень, який відповідає новій орієнтації площини коливань. Такі лінії називаються ізоклінами. Таким чином, ізокліна є лінія, що з'єднує точки з однаковим кутом нахилу головних напружень, тобто з однаковими напрямками головних напружень.

За ізоклінами можна визначити кут нахилу головних напружень до площини коливань (площини поляризації), орієнтація якої задається.

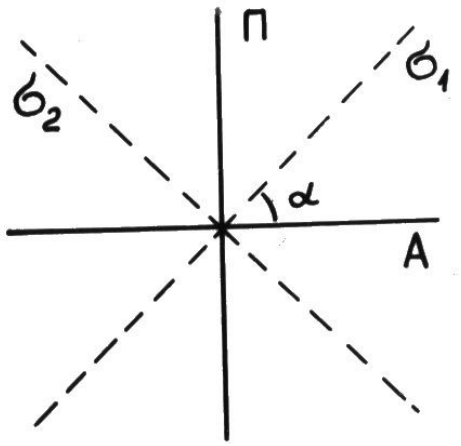

Рис. 3 Схема, що пояснює, як розташовані головні напруження відносно поляризатора та аналізатора.

Побудова ізоклінних ліній проводиться наступним чином: деформовану пластинку поміщують між схрещеними ніколями. Обертаючи її на визначені кути (0^0, 5^0, 10^0, 15^0,...), замальовують на екрані затемнені місця (лінії).

2. $\sin^2 \frac{\pi \delta}{\lambda} = 0$

Різниця ходу $\delta = n\lambda$ - умова інтерференції. Таким чином, коли: а) $\sin^2 n\pi = 0$, (n=1, 2, 3,...) - згасання інтенсивності; б) $\sin^2 n\pi = 1$ (n=1/2, 3/2,...) - максимум інтенсивності.

Тому, на екрані матимемо світлі й темні смуги різних порядків. Точки, що лежать на одній і тій же смузі, мають однакову величину різниці оптичного ходу δ. Так як $\delta = cd(\sigma_1 - \sigma_2)$, то це будуть точки з однаковою різницею головних напружень. Таким чином, смуга є геометричним місцем точок, що мають одну й ту ж величину різниці головних напружень. Таку смугу називають ізохромою. За картиною смуг, яка виникає в монохроматичному світлі, можна визначити величину різниці головних напружень у кожній точці зразка, який досліджується.

Метод смуг:

$$n\lambda = cd(\sigma_1 - \sigma_2) \qquad (3)$$

Знаючи порядок смуги n та λ/cd, можна визначити різницю головних напружень $(\sigma_1 - \sigma_2)$. Величина λ/cd зветься ціною смуги. Порядковий номер смуги просто встановити, якщо є смуга нульового порядку і загальний характер росту смуг. Наприклад, для круглого диска, стиснутого двома зосередженими силами, порядок смуги визначається наступним чином (рис.4)

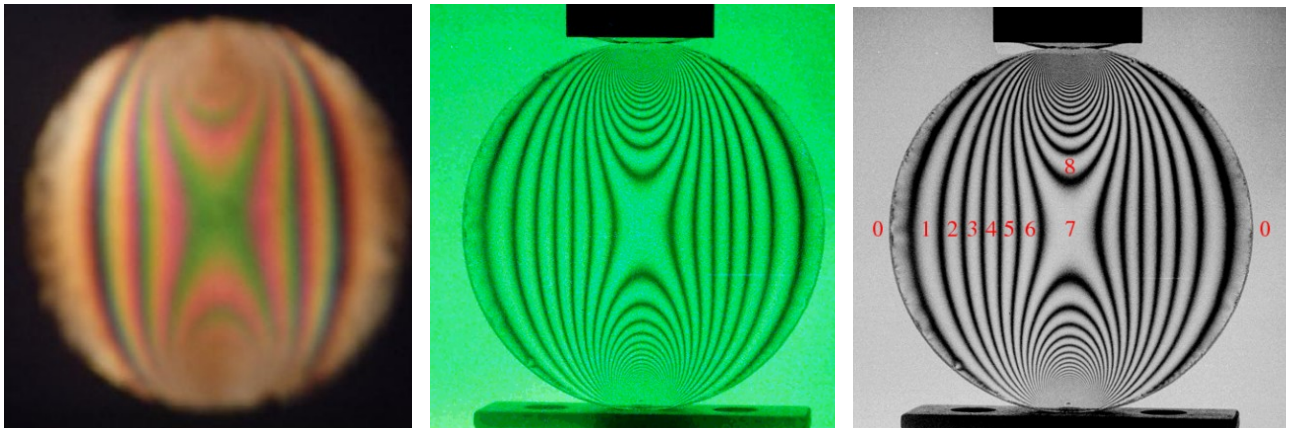

Рис. 4 Картина смуг, яка виникає у диску, стиснутому двома зосередженими силами вздовж діаметра.

Контур диска співпадає зі смугою нульового порядку, джерело смуг знаходиться в точках прикладення сил. Тому порядок смуг зростає по мірі наближення до джерела напружень. Таким чином, безпосередньо за допомогою оптичного метода дослідження напружень для будь-якої точки зразка можна установити: 1) напрямки головних напружень; 2) різницю головних напружень.

За ізоклінами можна побудувати траєкторії головних напружень - ізостати. Траєкторією головних напружень називається лінія, дотична до якої співпадає з напрямком одного із головних напружень в точці дотику. Так як головні напруження в кожній точці взаємно перпендикулярні, то ізостати являють собою систему ортогональних кривих.

Існує декілька способів побудови ізостат за полем ізоклін. Найбільш простий і швидкий спосіб графічної побудови, який дає задовільні результати, полягає в наступному. На кожну ізокліну наносять ряд штрихів, нахилених до горизонталі під кутом, який дорівнює параметру ізокліни. Під параметром ізокліни розуміють кут нахилу головних напружень до деякого заданого нульового напрямку (в даному випадку горизонталі). Ізостата через кожну точку проводиться на око. Більш точний спосіб - спосіб побудови по дотичних. Хай для деякої дільниці зразка поле ізоклін має вигляд, зображений на рисунку 5.

Проведемо систему пунктирних ліній, розташованих в середині смуг, обмежених двома сусідніми ізоклінами. Проведемо тепер через довільну точку ізокліни з параметром φ_1 пряму, нахилену під кутом φ_1 до горизонталі, до перетинання з сусідньою пунктирною кривою та ізокліною. В точці перетинання прямої з пунктирною лінією проводимо ще одну під кутом до горизонталі, який дорівнює $(\varphi_1 + \varphi_2)/2$. В точці перетинання цієї прямої з ізокліною з параметром φ_2 теж проводимо пряму під кутом φ_2 до горизонталі і т.д. Точки перетинання всіх прямих зі своїми ізоклінами та пунктирними лініями з'єднують кривою. Ця лінія і буде траєкторією головних напружень, тому що дотичні до цієї лінії в точках перетину співпадають із напрямком одного із головних напружень. Побудувавши ряд таких ліній, матимемо сімейство ізостат (рис.6).

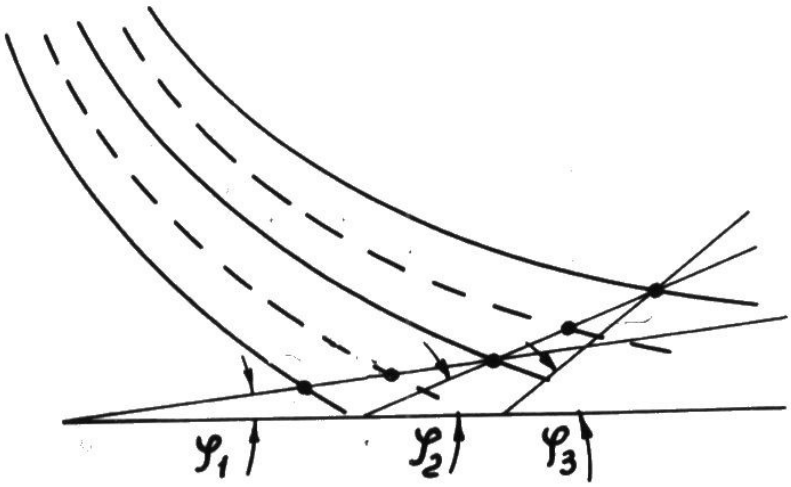

Рис. 5. Пояснення до побудови ізостат за полем ізоклін.

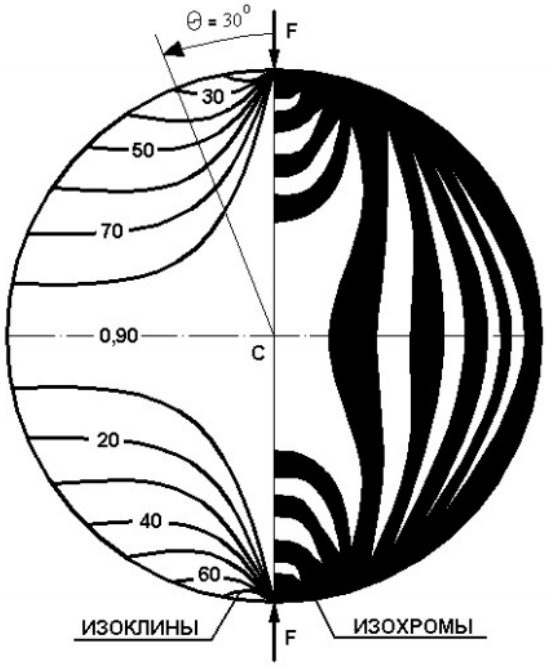

Рис. 6. Сімейство ізостат та ізохром для диску стиснутого двома зосередженими силами вздовж діаметра.

Порядок виконання роботи

Завдання 1. Визначити ціну смуги.

Для визначення величини головних напружень необхідно знати ціну смуги λ/cd. Як видно із формули (3), для цього треба знати різницю головних напружень $(\sigma_1 - \sigma_2)$ та порядок смуги *n*. Тоді $\frac{\lambda}{cd} = \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{n}$. Для диска, стиснутого по діаметру двома зосередженими силами, теорія пружності дає значення головних напружень в центрі диска:

$\sigma_1 = \frac{2P}{\pi dD}$, $\sigma_2 = -\frac{6P}{\pi dD}$,

де *P* - зовнішня сила; *D* - діаметр диска; *d* - його товщина. Звідси

$$\sigma_1 - \sigma_2 = \frac{8P}{\pi dD}.$$

Відповідно

$$\frac{\lambda}{cd} = \frac{8P}{\pi dDn}$$

n - визначається, як показано на рис. 4.

Завдання 2

Помістіть диск, стиснутий вздовж діаметра, на предметний столик поляризаційного мікроскопа. В схрещених ніколях добре видно картину смуг та ізокліни. Повертаючи предметний столик на задані кути, зафіксуйте ізокліни різних параметрів. Поле ізоклін має вид зображений на рис. 6.

Користуючись одним із описаних методів, побудуйте за ізоклінами ізостати (рис.5).

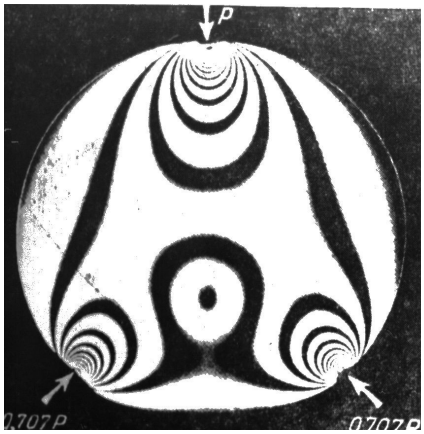

Рис. 10. Картина смуг для диску, стиснутого трьома силами.

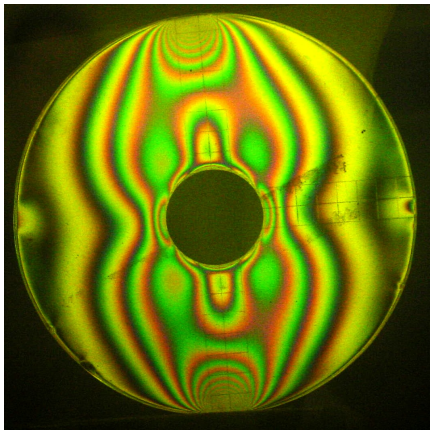

Рис. 11. Картина смуг для диску, що має отвір у центрі.

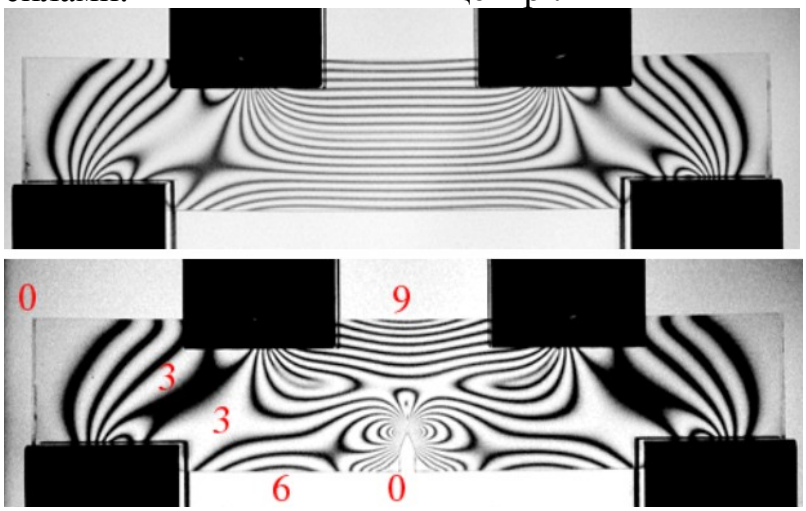

Рис. 13. Чотириточковий згин

Звіт

Звіт про виконану роботу повинен вміщувати:

1.Фотографії ізоклін та ізохром в деформовану зразку.

2. Картини ізоклін, перенесені на міліметровій папір при фіксованих положеннях зразка відносно схрещених ніколів.

3. Графічну побудову ізостат.
4. Розрахунок різниці головних напружень для диска, стиснутого зосередженим напруженням вздовж діаметра.

Контрольні питання.

1. В чому полягає метод фотопружності.
2. Що таке нормальні напруження?
3. Що таке ізокліна, ізостата та ізохрома?
4. Достоїнства та недоліки полярізаційно-оптичного метода дослідження напруженого стану.

Література:

1. Фрохт М. М. Фотоупругость. Поляризационно-оптический метод исследований напряжений. М.-Л.: Гостехиздат, 1950