Харківський національний університет
імені В. Н. Каразіна
Фізичний факультет

Кафедра физики кристаллов

Теории описания пластической деформации.

Лекция

Теории описания пластической деформации:

полуструктурные,
структурные.

$$\dot{\varepsilon}(t) = b\rho(t)\upsilon(t)$$

Если не учитывать накопление и релаксацию σ_i

$$\dot{\varepsilon}(t) \sim \rho(t)$$

ρ_+	ρ_-
Работа новых источников (Франка-Рида)	Аннигиляция Стопорение

$$\frac{d\rho_+}{dt} = K_1\rho$$

$$\frac{d\rho_-}{dt} = -K_2\rho^2$$

K_1, K_2 - это константы, которые характеризуют скорости испускания и (иммобилизации) новых дислокаций соответственно

$$\frac{d\rho}{dt} = \frac{d\rho_+}{dt} + \frac{d\rho_-}{dt} = K_1\rho - K_2\rho^2 \qquad \dot{\varepsilon}(t) - ?$$

$$\dot{\varepsilon}(t) = b\rho(t)\upsilon(t) \Rightarrow \rho(t) = \frac{\dot{\varepsilon}(t)}{b\upsilon(t)}$$

$$\frac{d\dot{\varepsilon}}{b\upsilon dt} = \frac{K_1\dot{\varepsilon}}{b\upsilon} - \frac{K_2\dot{\varepsilon}^2}{(b\upsilon)^2}$$

$$K_3 = \frac{K_2}{b\upsilon}$$

$$\frac{d\dot{\varepsilon}}{dt} = K_1\dot{\varepsilon} - K_3\dot{\varepsilon}^2 \Rightarrow \frac{d\dot{\varepsilon}}{dt} = \dot{\varepsilon}(K_1 - K_3\dot{\varepsilon})$$

Стационарная стадия ползучести $\dot{\varepsilon}(t) = const, d\dot{\varepsilon} = 0.$

$$\frac{d\dot{\varepsilon}}{dt} = \dot{\varepsilon}(K_1 - K_3\dot{\varepsilon}) = 0$$

$$K_1 - K_3\dot{\varepsilon} = 0$$

Полуструктурная теория

$$\dot{\varepsilon}_{st} = \frac{K_1}{K_3}$$

Феноменологическая теория

$$\boxed{\frac{d\varepsilon}{dt} = \frac{R}{H} = \dot{\varepsilon}_{st}}$$

<u>Вывод</u>: Упрочнение (Н) происходит из-за уменьшения числа подвижных дислокаций ($К_3$), а разупрочнение (R), когда увеличивается число подвижных дислокаций ($К_1$).

Общий случай

$$\frac{d\dot{\varepsilon}}{dt} = \dot{\varepsilon}(K_1 - K_3\dot{\varepsilon})$$

$$\frac{d\dot{\varepsilon}}{\dot{\varepsilon}(K_1 - K_3\dot{\varepsilon})} = dt$$

Начальные условия $t = 0, \quad \dot{\varepsilon} = \dot{\varepsilon}_0$

$$\int \frac{d\dot{\varepsilon}}{\dot{\varepsilon}(K_1 - K_3\dot{\varepsilon})} = \int \frac{A d\dot{\varepsilon}}{\dot{\varepsilon}} + \int \frac{B d\dot{\varepsilon}}{(K_1 - K_3\dot{\varepsilon})}$$

$$\frac{1}{\dot{\varepsilon}(K_1 - K_3\dot{\varepsilon})} = \frac{A}{\dot{\varepsilon}} + \frac{B}{(K_1 - K_3\dot{\varepsilon})}$$

$$AK_1 - AK_3\dot{\varepsilon} + B\dot{\varepsilon} = 1$$

$$AK_1 = 1 \Rightarrow \boxed{A = \frac{1}{K_1}}$$

$$-AK_3 + B = 0 \Rightarrow \boxed{B = AK_3 = \frac{K_3}{K_1}}$$

$$\frac{1}{K_1}\int\frac{d\dot{\varepsilon}}{\dot{\varepsilon}} + \frac{K_3}{K_1}\int\frac{d\dot{\varepsilon}}{K_1 - K_3\dot{\varepsilon}} = t$$

$$\ln\dot{\varepsilon} - \ln\left(K_1 - K_3\dot{\varepsilon}\right) = K_1 t + const \ \Big|_{\dot{\varepsilon}=\dot{\varepsilon}_0}^{t=0}$$

$$\ln\dot{\varepsilon}_0 - \ln\left(K_1 - K_3\dot{\varepsilon}_0\right) = K_1 t + const$$

$$-\ln\dot{\varepsilon}_0 + \ln\left(K_1 - K_3\dot{\varepsilon}_0\right) = -K_1 t + const$$

$$const = \ln\frac{\left(K_1 - K_3\dot{\varepsilon}_0\right)}{\dot{\varepsilon}_0}$$

$$\ln\frac{\left(K_1 - K_3\dot{\varepsilon}\right)}{\dot{\varepsilon}} = -K_1 t + \ln\frac{\left(K_1 - K_3\dot{\varepsilon}_0\right)}{\dot{\varepsilon}_0}$$

$$\ln \frac{\dfrac{\left(K_1 - K_3\dot{\varepsilon}\right)}{\dot{\varepsilon}}}{\dfrac{\left(K_1 - K_3\dot{\varepsilon}_0\right)}{\dot{\varepsilon}_0}} = -K_1 t \Rightarrow$$

$$\frac{\dfrac{\left(K_1 - K_3\dot{\varepsilon}\right)}{\dot{\varepsilon}}}{\dfrac{\left(K_1 - K_3\dot{\varepsilon}_0\right)}{\dot{\varepsilon}_0}} = e^{-K_1 t} \Rightarrow \frac{\dfrac{K_1}{\dot{\varepsilon}} - K_3}{\dfrac{K_1}{\dot{\varepsilon}_0} - K_3} = e^{-K_1 t}$$

$$\frac{K_1}{\dot{\varepsilon}} - K_3 = \left(\frac{K_1}{\dot{\varepsilon}_0} - K_3\right)e^{-K_1 t} \qquad : K_1$$

$$\frac{1}{\dot{\varepsilon}} - \frac{K_3}{K_1} = \left(\frac{1}{\dot{\varepsilon}_0} - \frac{K_3}{K_1}\right)e^{-K_1 t}$$

$$\frac{1}{\dot{\varepsilon}} = \frac{K_3}{K_1} + \left(\frac{1}{\dot{\varepsilon}_0} - \frac{K_3}{K_1}\right)e^{-K_1 t}$$

$$\frac{K_1}{K_3} = \dot{\varepsilon}_{st}$$

$$\frac{1}{\dot{\varepsilon}} = \frac{1}{\dot{\varepsilon}_{st}} + \left(\frac{1}{\dot{\varepsilon}_0} - \frac{1}{\dot{\varepsilon}_{st}}\right)e^{-K_1 t}$$

$$\frac{1}{\dot{\varepsilon}} = \frac{1}{\dot{\varepsilon}_{st}}\left[1 + \frac{\dot{\varepsilon}_{st} - \dot{\varepsilon}_0}{\dot{\varepsilon}_0}e^{-K_1 t}\right]$$

$$\dot{\varepsilon}_0 > \dot{\varepsilon}_{st}$$

$$\boxed{\dot{\varepsilon} = \frac{\dot{\varepsilon}_{st}}{\left[1 - \frac{\dot{\varepsilon}_0 - \dot{\varepsilon}_{st}}{\dot{\varepsilon}_0}e^{-K_1 t}\right]}}$$

При $t \to 0,$

$$\dot{\varepsilon} \to \dot{\varepsilon}_0$$

При $t \to \infty,$

$$\dot{\varepsilon} \to \dot{\varepsilon}_{st}$$

Виды эмпирических зависимостей $\dot{\varepsilon}(t), \varepsilon(t).$

$$\dot{\varepsilon} = At^{-n}$$

- простейшие степенные

$$0 \le n \le 1$$

$n = 0$	$\varepsilon(t) \sim t$	Стационарная стадия При высоких температурах и малом уровне напряжений
$n = \frac{2}{3}$	$\varepsilon(t) \sim t^{1/3}$	Закон Андраде При среднем уровне температур
$n = 1$	$\varepsilon(t) \sim \ln t$	Логарифмическая ползучесть Теория «истощающейся» ползучести При низких температурах

Логарифмическая ползучесть.

(Теория «истощающейся» ползучести)

$$\dot{\varepsilon}(t) = b\rho(t)\upsilon(t) \qquad \dot{\varepsilon}(t) - ?$$

$$\frac{d\rho}{dt} = \frac{d\rho_+}{dt} + \frac{d\rho_-}{dt} = -K_2\rho^2$$

$$\frac{d\rho}{\rho^2} = -K_2 dt$$

$$\int \frac{d\rho}{\rho^2} = -K_2 \int dt \Rightarrow -\frac{1}{\rho} = -K_2 t + const \ \Big|_{\rho=\rho_0}^{t=0}$$

$$const = -\frac{1}{\rho_0}$$

$$\frac{1}{\rho} = \frac{1}{\rho_0} + K_2 t$$

$$\rho = \frac{\rho_0}{1 + K_2 \rho_0 t}$$

$$\dot{\varepsilon}(t) = b\rho(t)\upsilon(t) = \frac{\rho_0 b \upsilon}{1 + K_2 \rho_0 t}$$

$$\boxed{\dot{\varepsilon}(t) = \frac{\dot{\varepsilon}_0}{1 + K_2 \rho_0 t}}$$

$$\varepsilon(t) - ?$$

$$\varepsilon = b\upsilon \int \frac{\rho_0 dt}{1 + K_2 \rho_0 t} = \frac{b\upsilon}{K_2} \ln(1 + K_2 \rho_0 t) + const \Big|_{\varepsilon=0}^{t=0}$$

$$const = 0$$

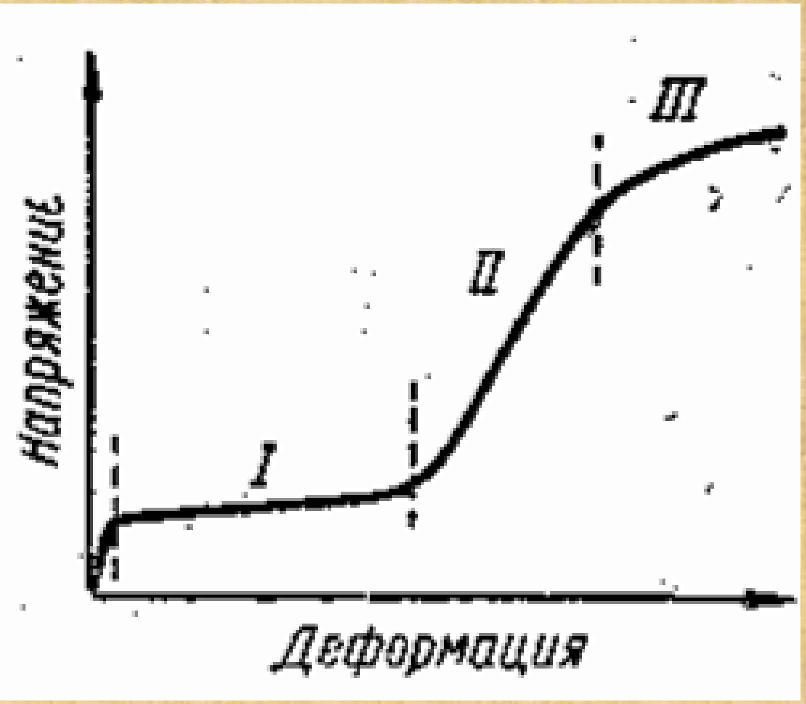
$$\boxed{\varepsilon = \frac{b\upsilon}{K_2} \ln(1 + K_2 \rho_0 t)}$$

<u>Вывод:</u> Феноменологическое описание ПД и полуструктурные теории позволяют качественно получить основные макроскопические характеристики при ползучести. Но нет информации о механизмах деформации.

Структурные теории

1. Активная деформация $\dot{\varepsilon} = const, d\dot{\varepsilon} = 0$

0» - Закон Гука $\sigma = G\varepsilon,$ $H_0 = G$



«I» - стадия легкого скольжения

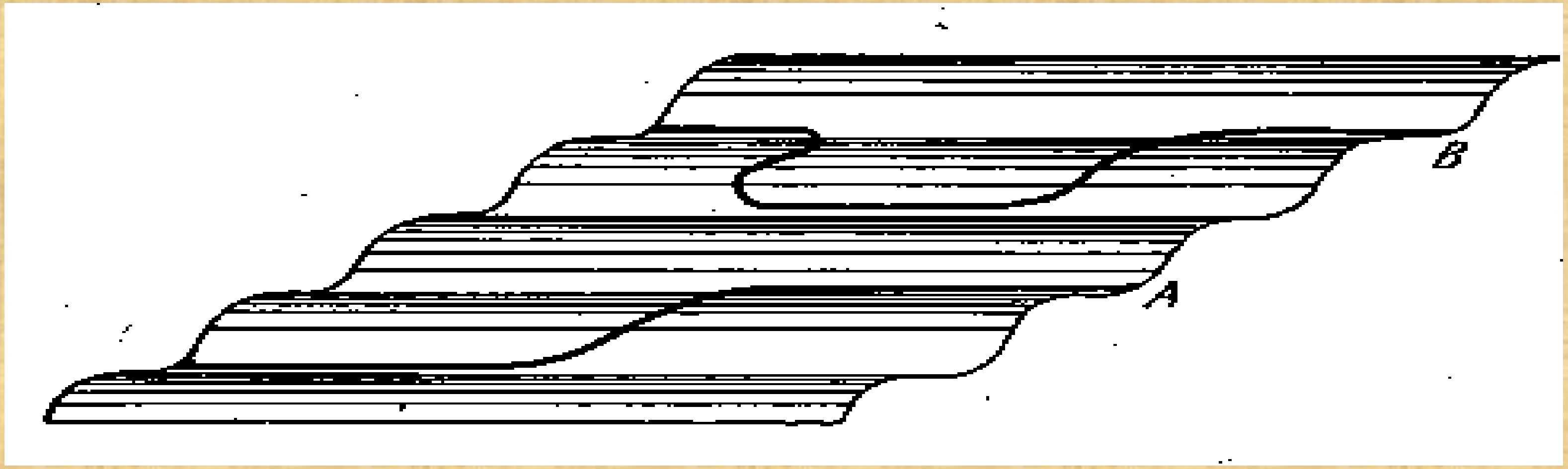
Предел упругости соответствует такому уровню напряжений, когда в кристалле массово зарождаются дислокации

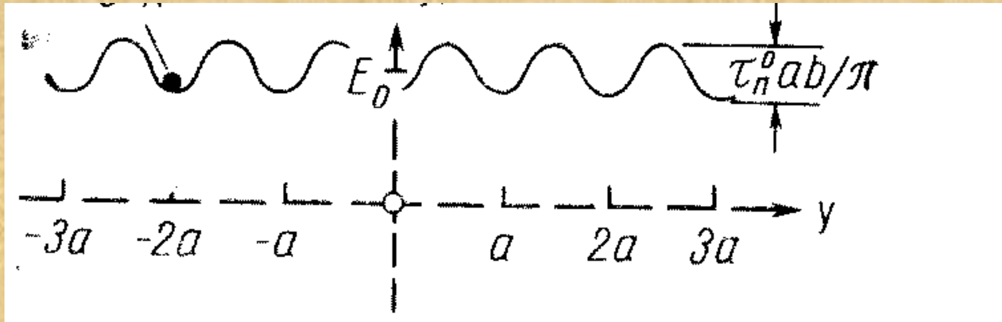
$$\sigma^* \approx \frac{2Gb}{L}$$

$$H_I = 10^{-5} - 10^{-6} G$$

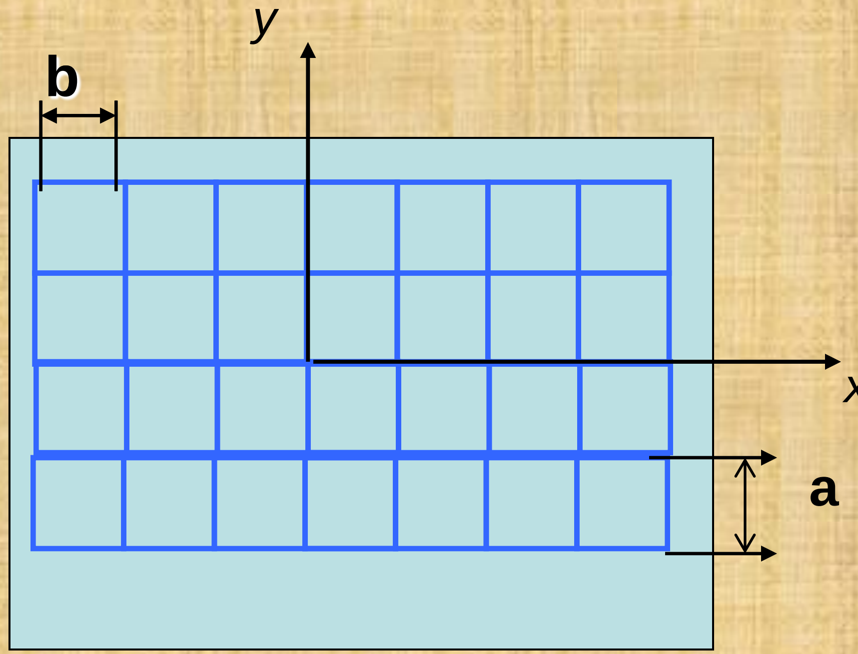
Напряжение Пайерлса-Набарро

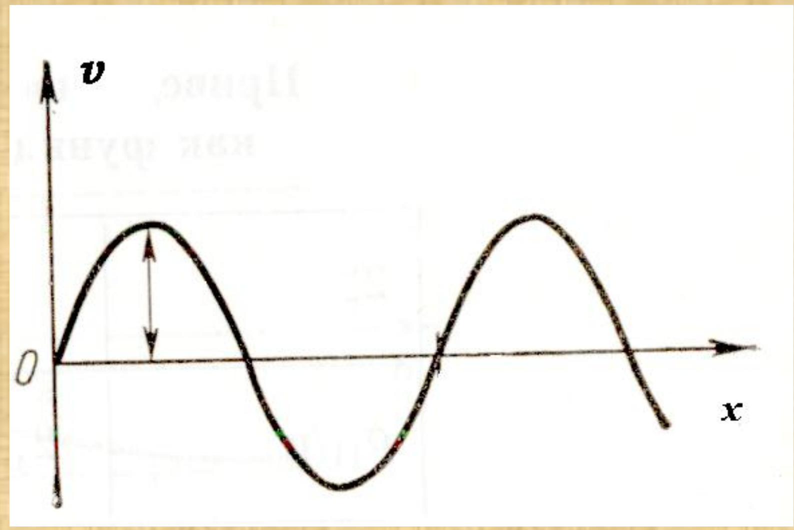
Что мешает дислокациям двигаться?

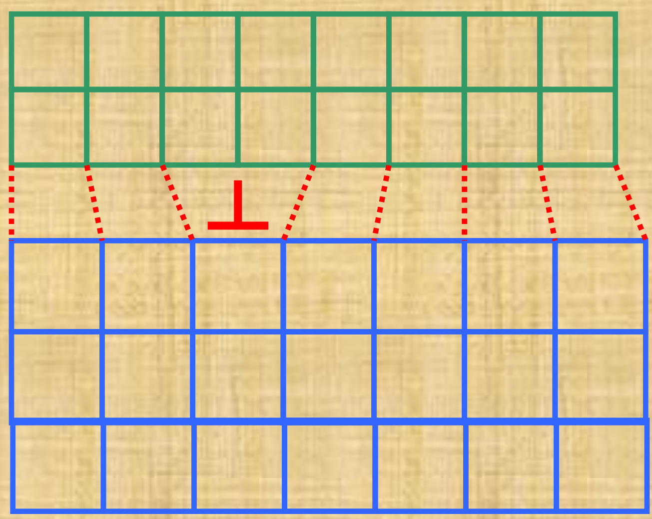




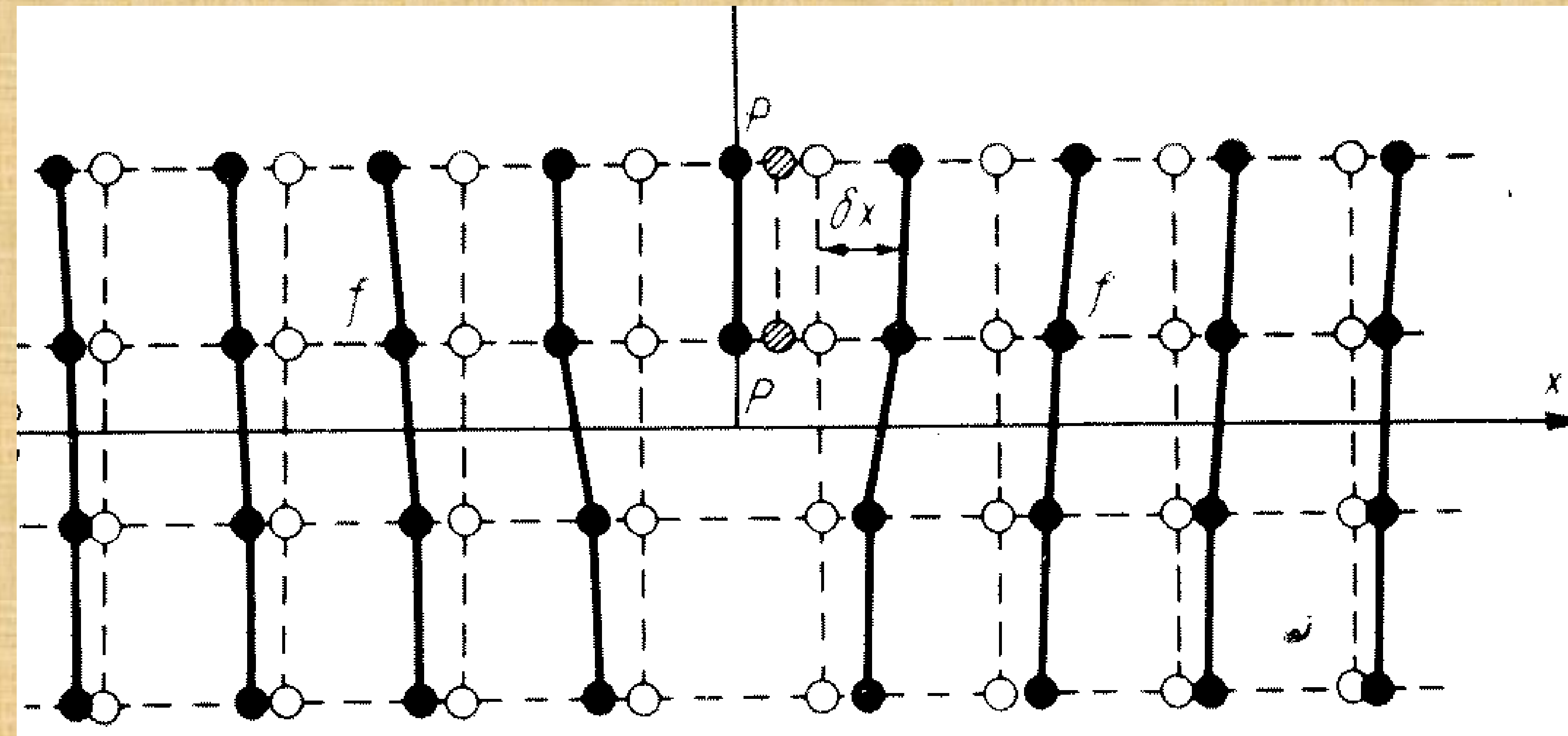
Потенциал взаимодействия между атомами



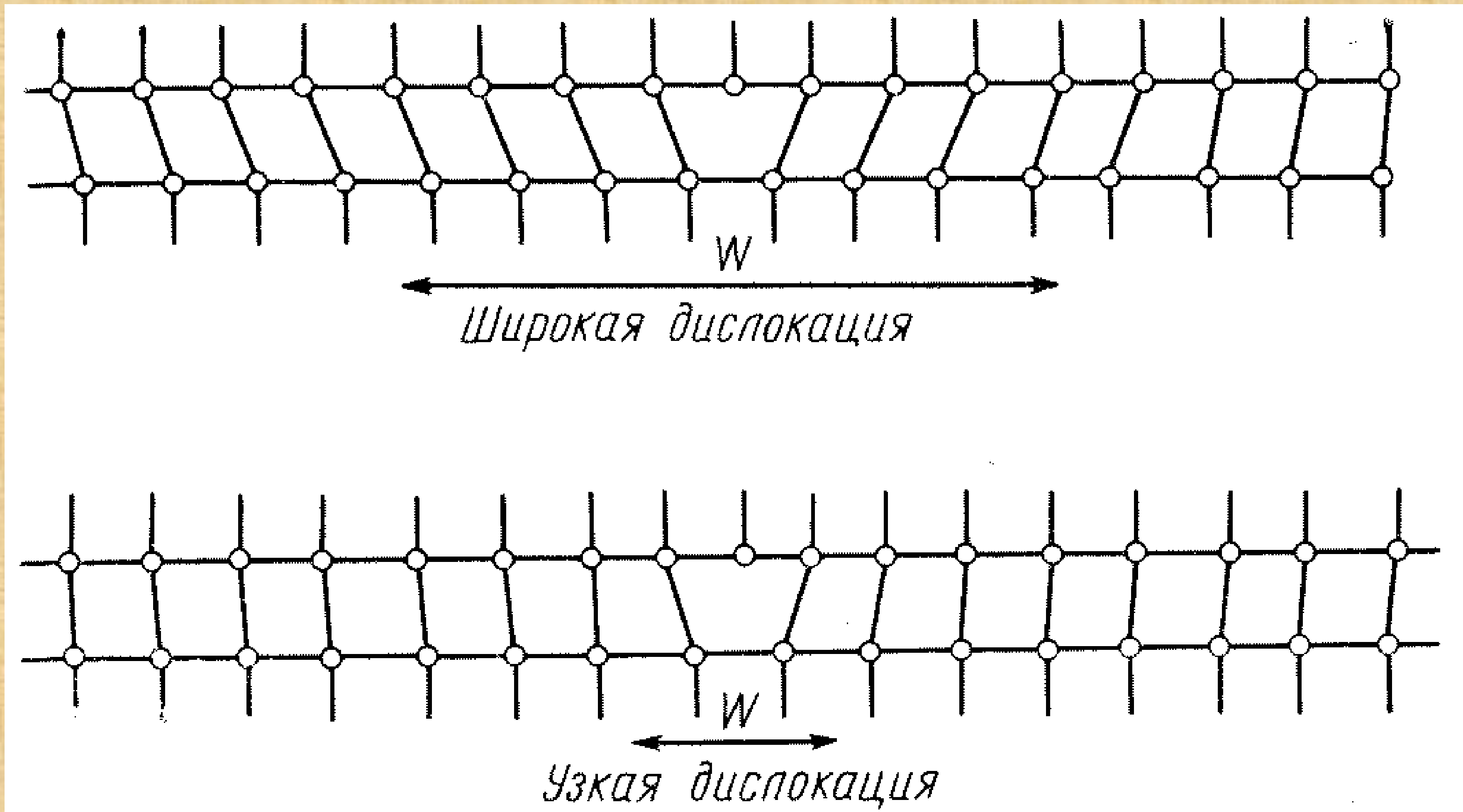




Ширина дислокации



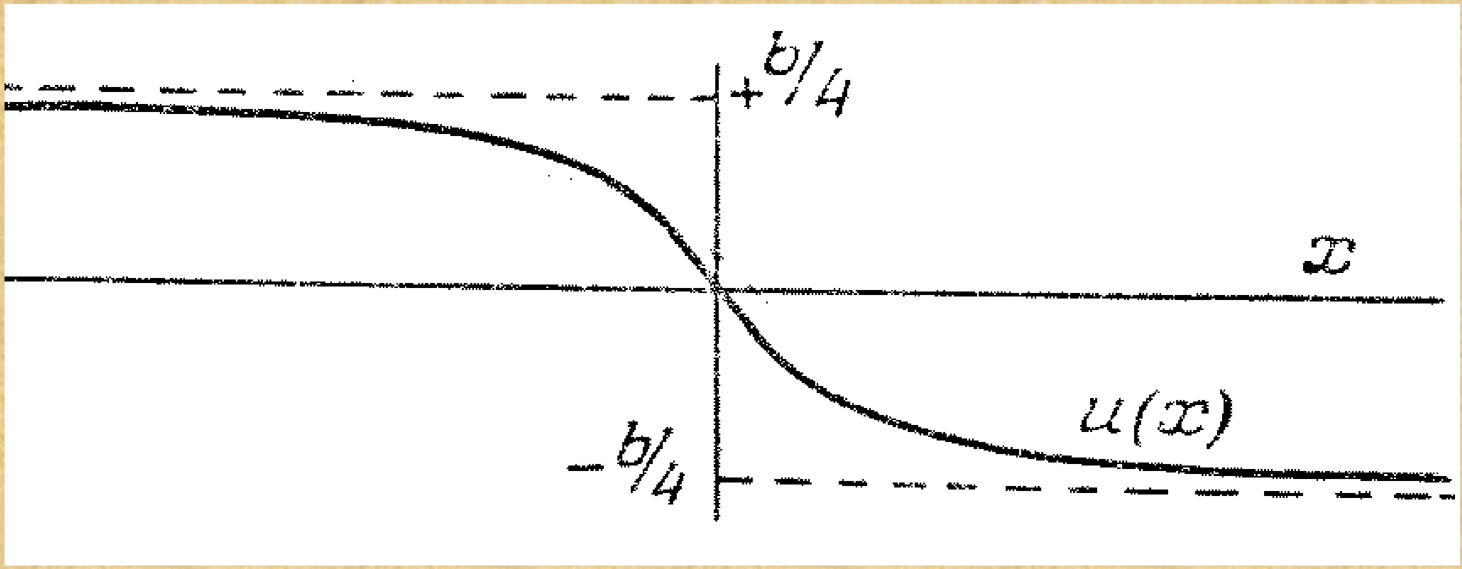
Ширина дислокации

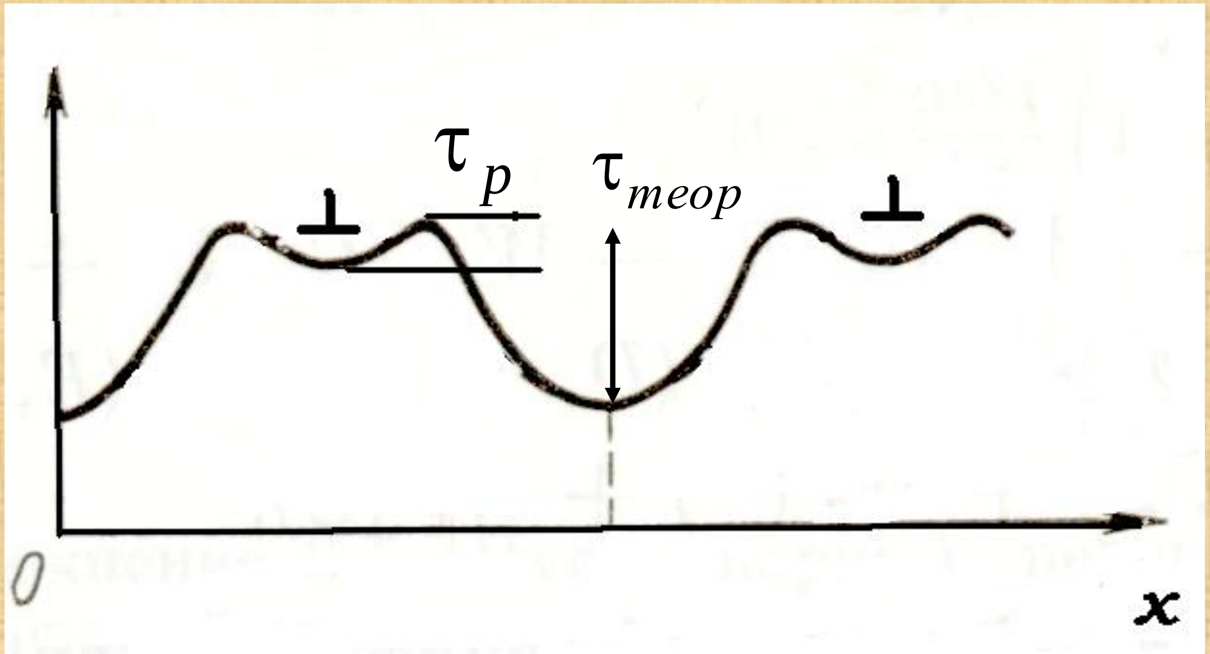


Ширина дислокации

$$\omega = \frac{a}{(1-v)}$$

$$b \le \omega \le 5b$$





$$\tau = \tau^* \sin \frac{2\pi x}{b}$$

$$\tau_p = \frac{2G}{1-\nu} e^{-\frac{2\pi a}{b(1-\nu)}} = \frac{2G}{1-\nu} e^{-\frac{2\pi\omega}{b}}$$

$\tau_p - ?$

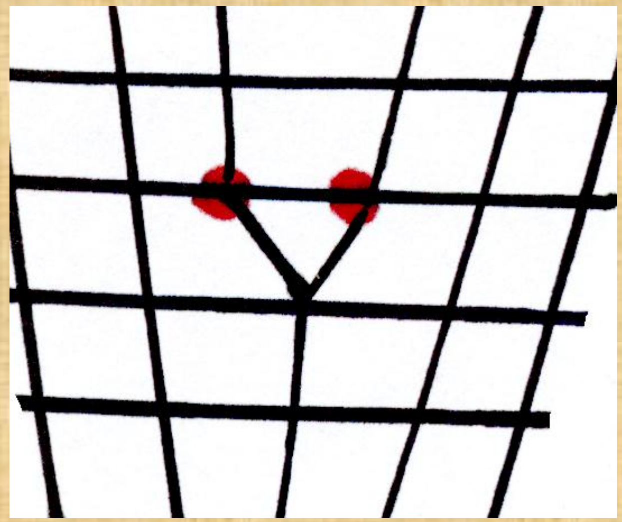
$a = b$

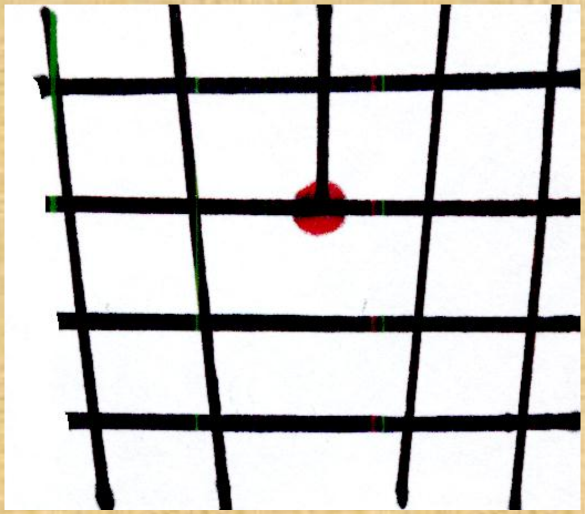
$\nu = 0{,}3$

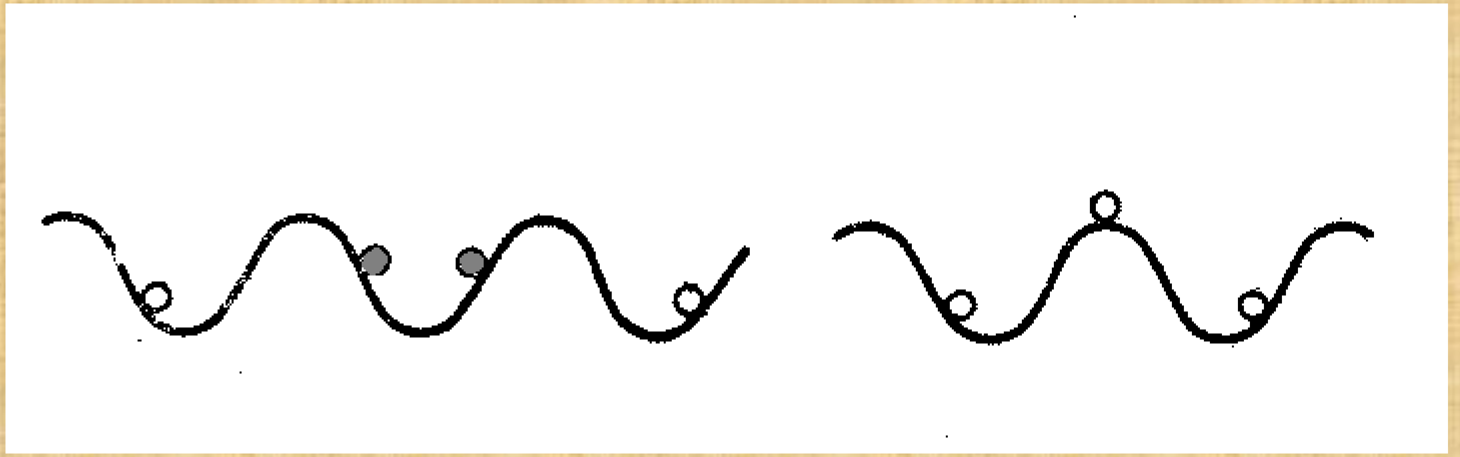
$$\tau_p = \frac{2G}{0{,}7} e^{-\frac{2\pi}{0{,}7}} \approx 10^{-4} G$$

Вывод:

Простейшие структуры ядра дислокации



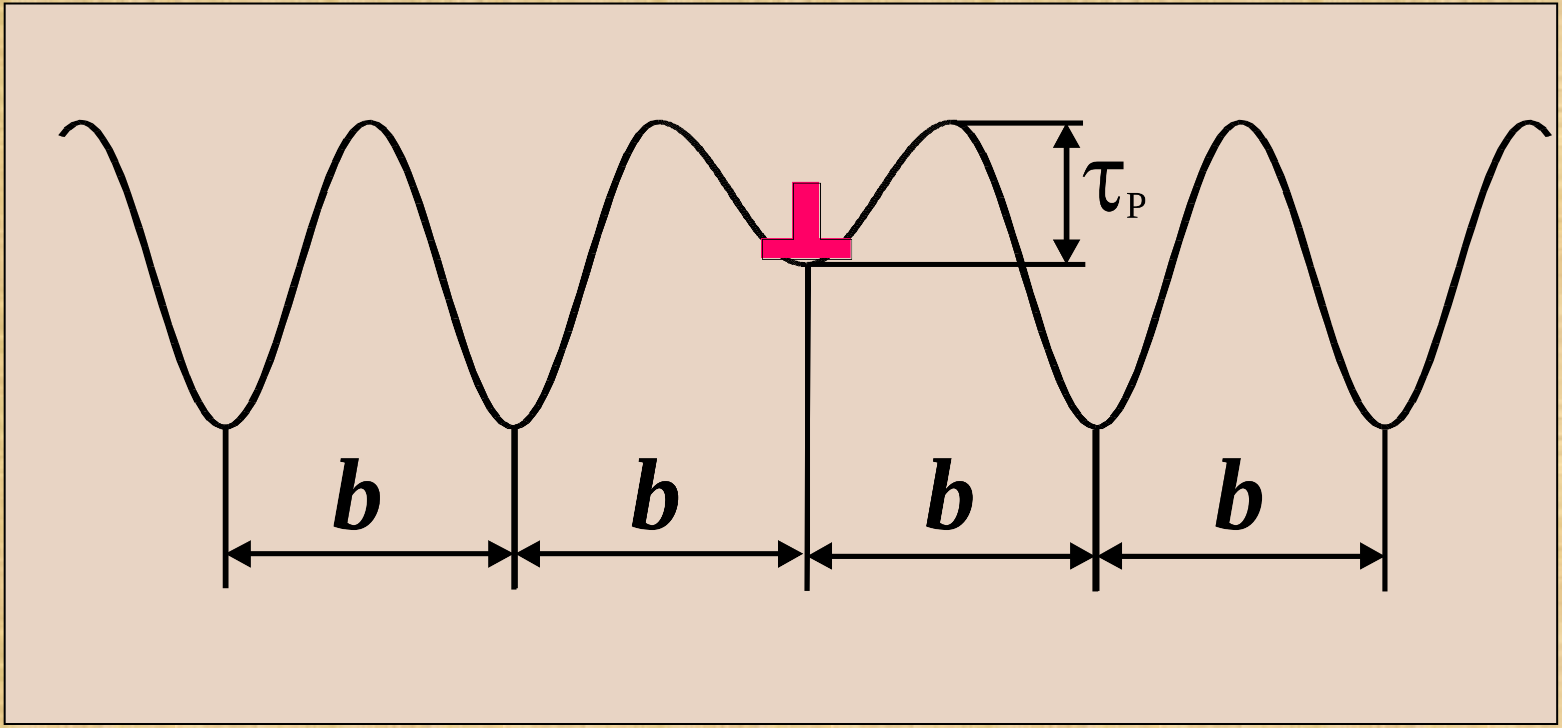




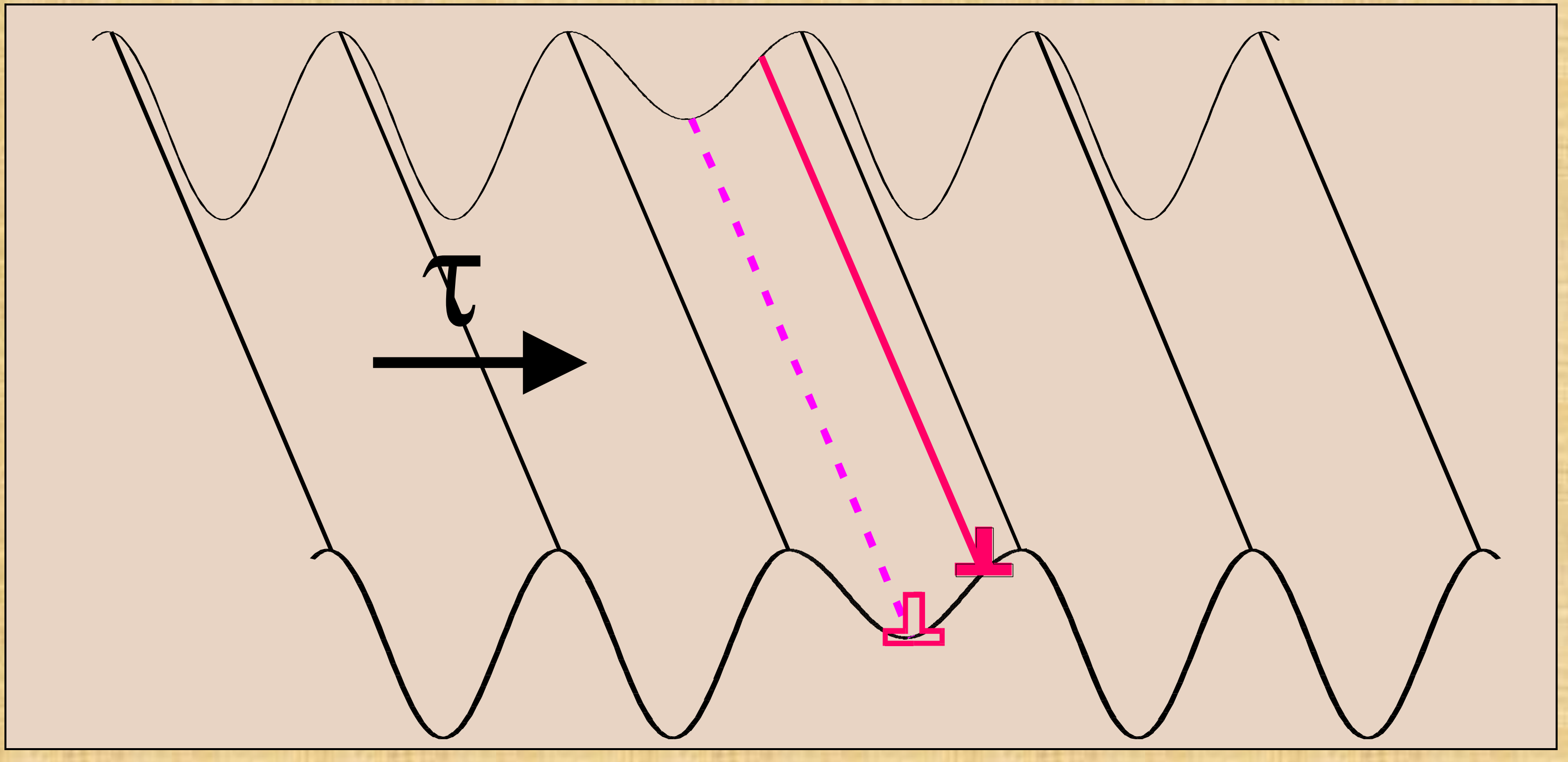
Схематическое расположение атомов

Движение дислокации в рельефе Пайерлса-Набарро

Что такое напряжение Пайерлса (Пайерлса- Набарро) ?

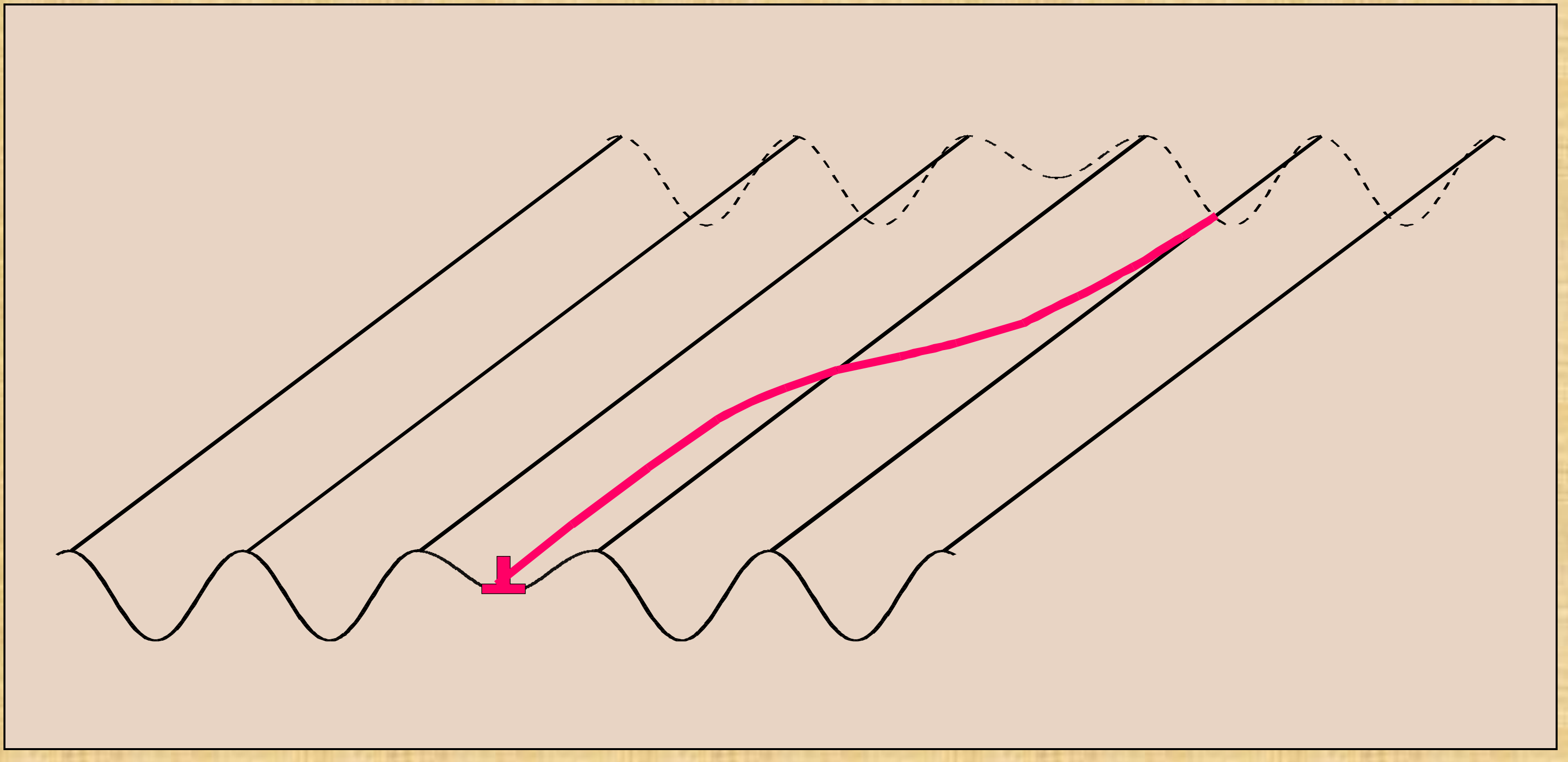


Движение дислокации в рельефе Пайерлса-Набарро

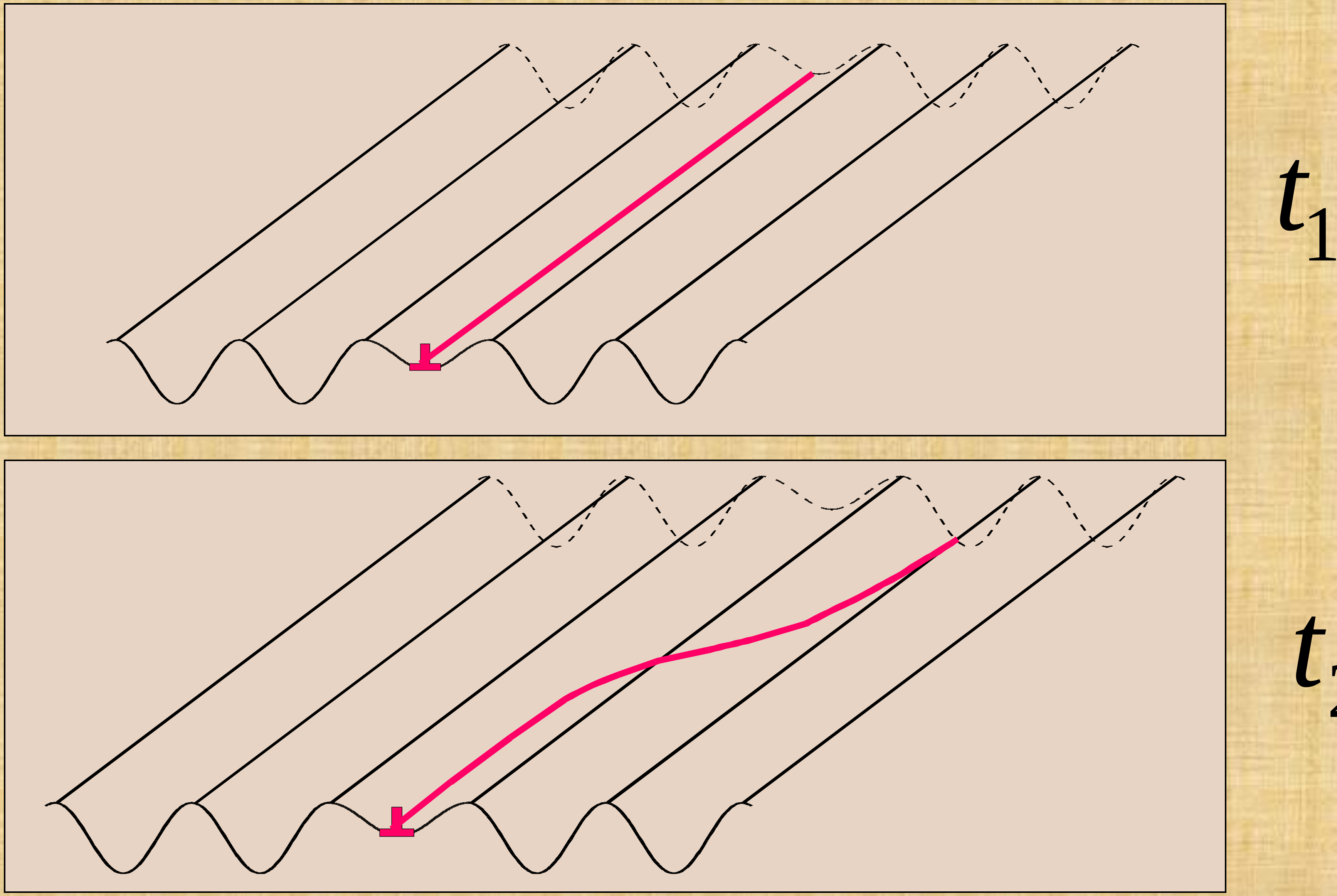


$$\tau < \tau_p$$

Движение дислокации в рельефе Пайерлса-Набарро

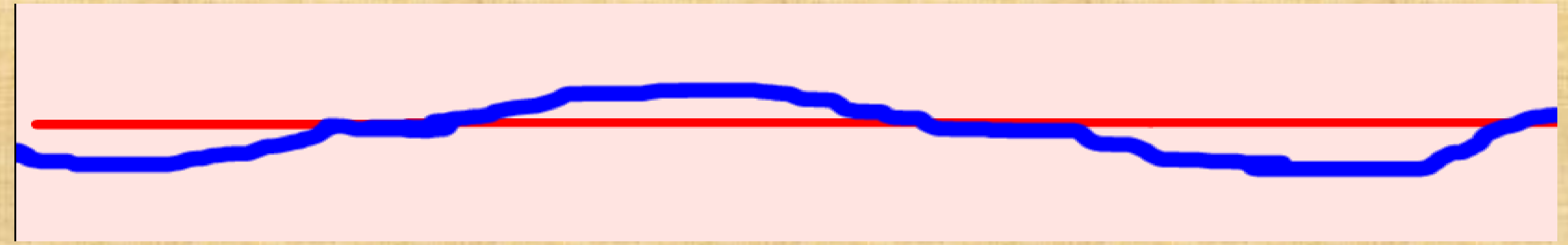


$$\tau > \tau_p$$

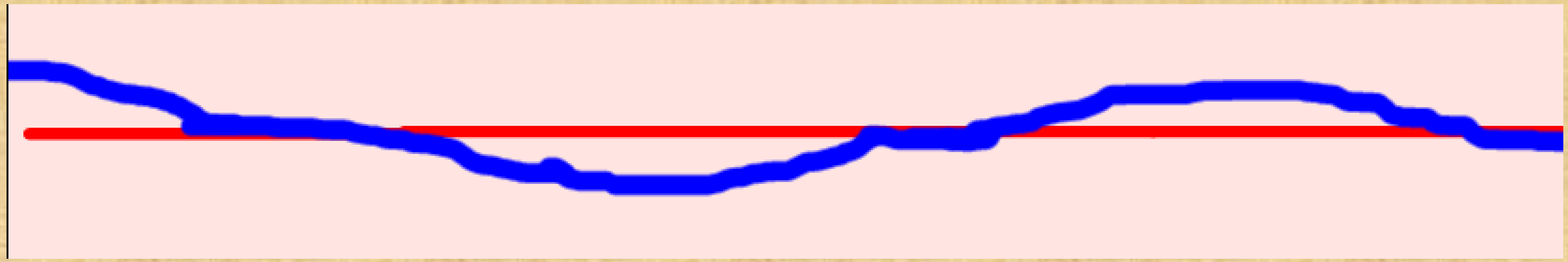


$\tau = 0 \qquad T > 0$

Движение дислокации в рельефе Пайерлса-Набарро



t_1



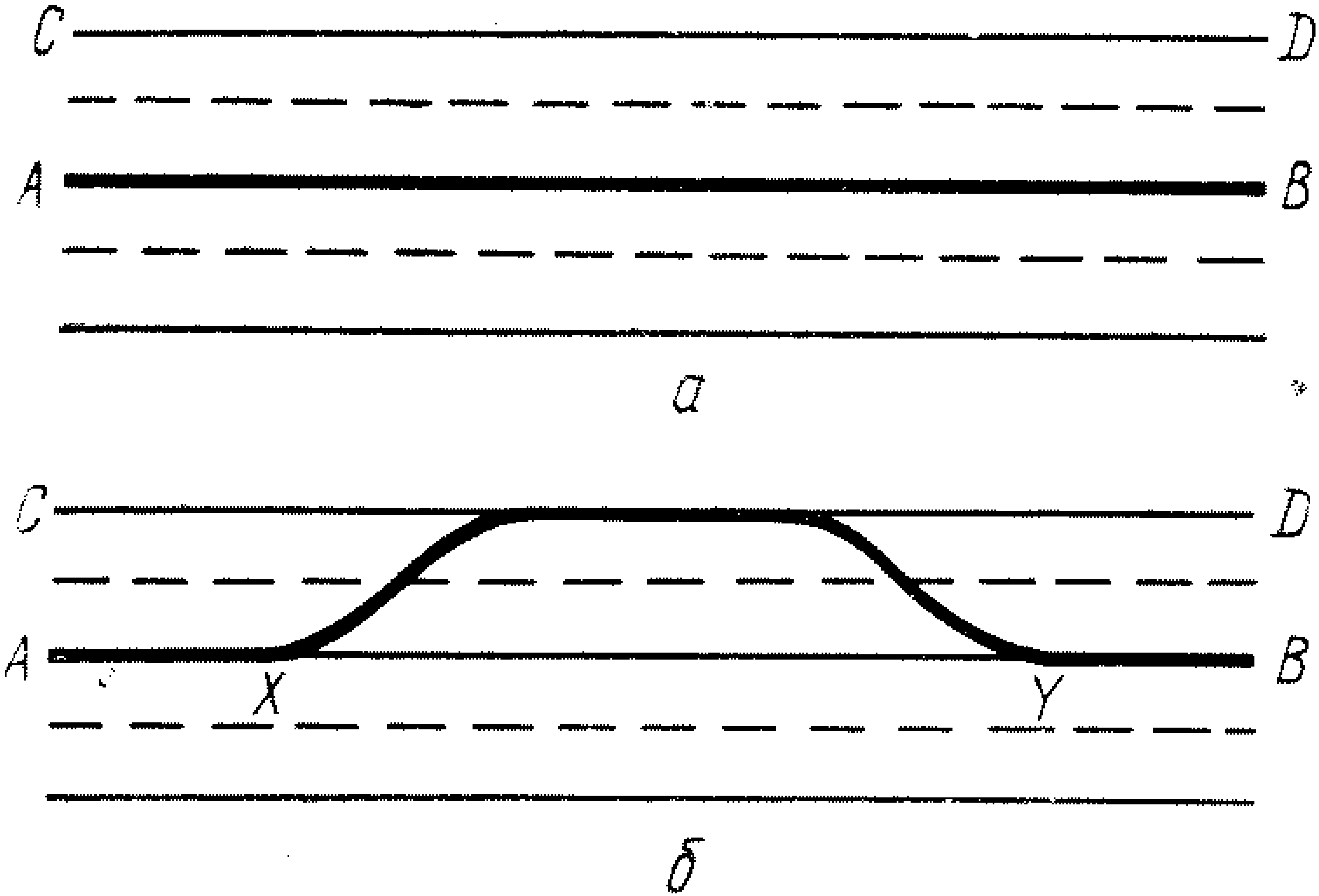
t_2

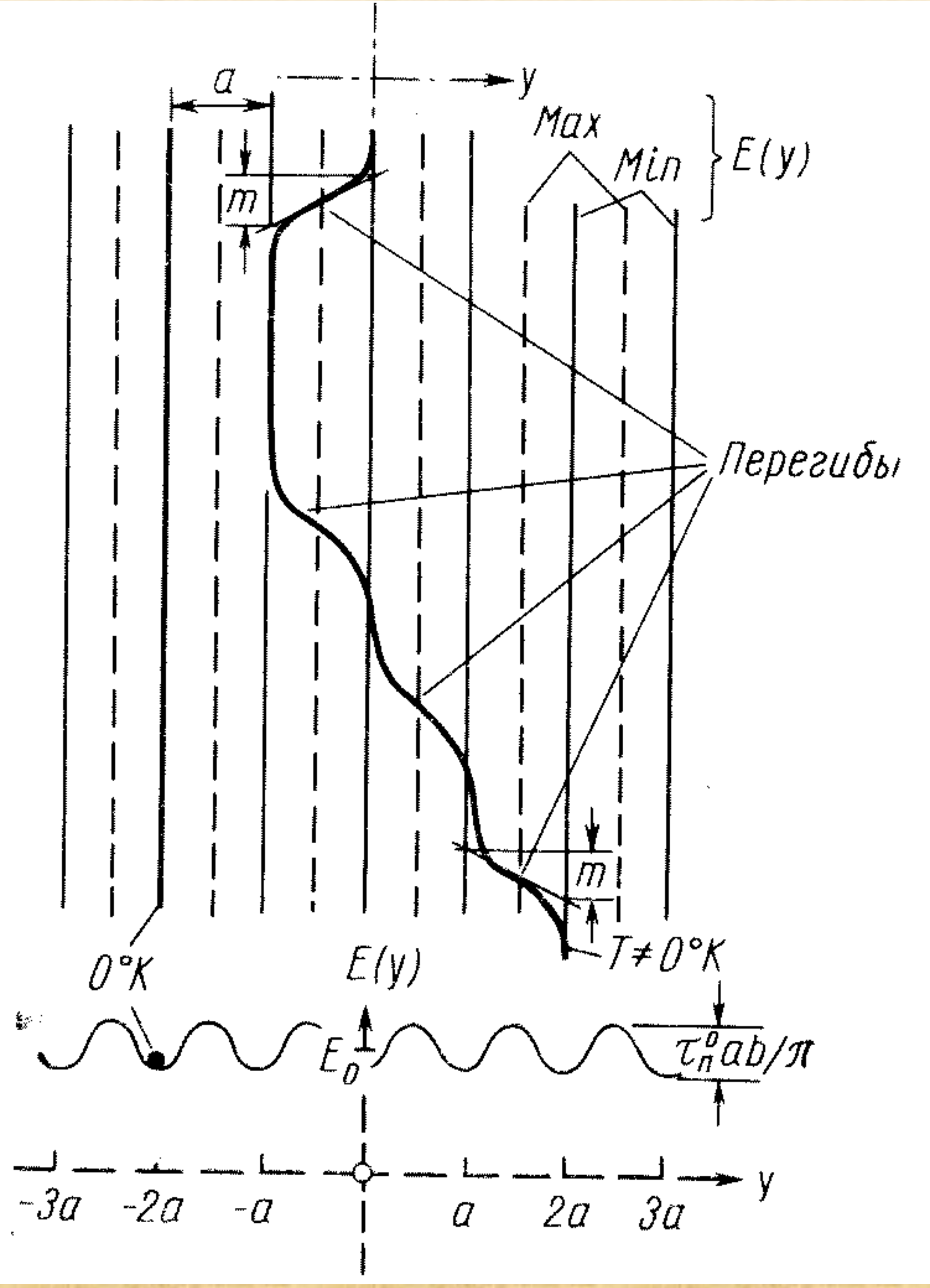
вывод

1. Форма и дина перегиба зависят от величины энергетического барьера между соседними равновесными положениями.

2. Форма перегиба определяется двумя факторами:

- Дислокация располагается так, что мах ее длина была в положении min.
- Min длина дислокации.


C
D
A
B
а
C
D
A
B
X
Y
б

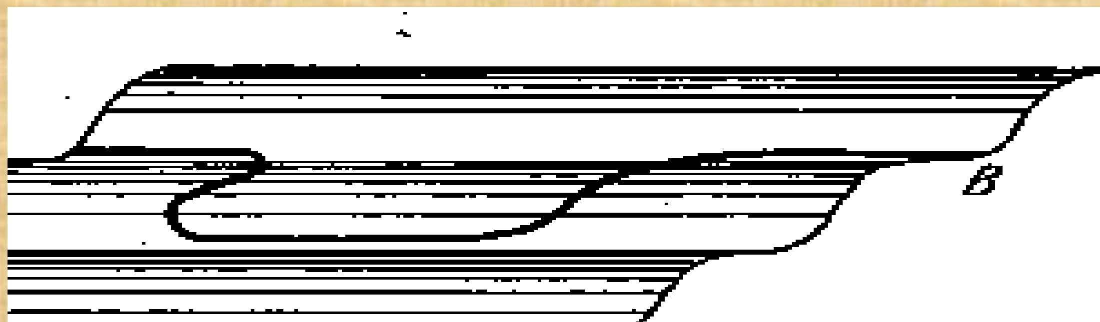


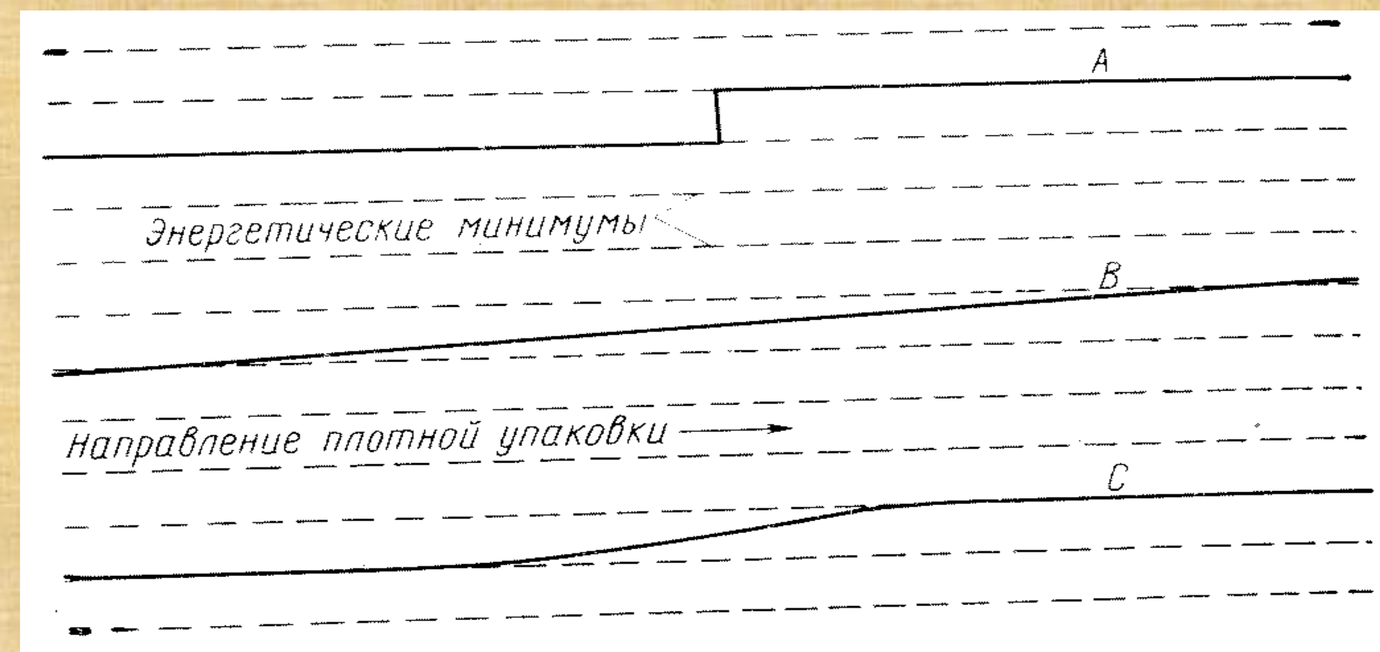
Энергия тепловых флуктуаций

$$\sim kT$$

Достаточно ли энергии тепловых флуктуаций для образования двойного перегиба?

Энергия образования двойного перегиба





Есть ли вопросы?